# SIMULASI MENENTUKAN SUDUT DAYA DAN WAKTU PEMUTUSAN KRITIS UNTUK KESETABILAN SISTEM TENAGA LISTRIK DENGAN METODE *LYAPUNOV*

*Cekmas Cekdin*[1]*,A. Rahman*[2]
** Staf Dosen Jurusan Teknik Elektro Universitas Muhammadiyah Palembang*
*Staf Dosen Program Studi Elektronika Jurusan Teknik Elektro Politeknik Negeri Sriwijaya Palembang*

**ABSTRAK**

Dalam tulisan ini diangkat satu permasalahan gangguan mesin tunggal, yang akan ditentukan sudut daya dan waktu pemutusan kritisnya**,** sehingga dapat dicari tingkat kestabilan sistem tersebut.
Kestabilan sistem diartikan sebagai kemampuan sistem untuk kembali dalam kondisi normal setelah terjadi gangguan. Untuk menganalisis kestabilan sistem daya disini digunakan analisis kestabilan peralihan karena kisaran masalah yang dianalisis menyangkut gangguan yang tidak memungkinkan menggunakan proses kelinearan. Dengan menggunakan model matematika persamaan fungsi *Lyapunov* akan dicari waktu pemutusan sistem dari gangguan.
Uji simulasi dilakukan dengan bantuan perangkat lunak *MATLAB*
**Kata kunci : Sistem tenaga listrik, mesin tunggal, kestabilan peralihan, fungsi Lyapunov, model tak linear.**

***ABSTRACT***

*In thispaper will appointed a problem with multi machine infinite bus, which will be determined power angle and critical clearing time, these, so you can search the system stability.*
*Stability is defined as the ability of the system to return to normal conditions after the occurrence of some perturbations. To analyze the stability of power system, for solution here will used transient stability analysis because the range of problem analyzed and does not allow using a linear process. With using a mathematical model equation Lyapunov function will be fine solution critical clearing time the system from interruption.*
*Which will be piloted to study the case with the help of MATLAB.*
***Keywords* : *Electric power system, single machine, transition stability, Lyapunov function, nonlinear***

## 1. PENDAHULUAN

### 1.1. Latar Belakang

Listrik pada masa sekarang ini sudah menjadi salah satu kebutuhan pokok yang sangat diperlukan oleh masyarakat. Dalam menjalankan kehidupan sehari-hari keberadaan listrik tidak dapat dipisahkan lagi. Dapat dikatakan bahwa energi listrik telah menjadi pendorong meningkatan tarap hidup orang banyak, dan ketersediaan energi ini merupakan indikator maju tidaknya satu daerah, oleh karena itu ketersediaan energi listrik bagi suatu wilayah dengan mutu yang diinginkan merupakan kebijakan pemerintah yang harus dijalankan dalam rangka meningkatkan daya saing daerahnya.

Kebutuhan listrik setiap tahun makin bertambah. Untuk memenuhi kebutuhan listrik ini pembangunan pembangkit terus dilakukan. Penambahan pembangkit yang diikuti dengan penambahan peralatan pendukung lainnya akan meningkatkan kompleksitas sistem tenaga listrik yang ada. Sistem tenaga listrik yang terus tumbuh ini di satu sisi mampu memenuhi kebutuhan listrik masyarakat, tetapi di sisi lain menambah resiko gangguan terhadap sistem tersebut.

### 1.2. Permasalahan

Usaha yang dilakukan untuk memenuhi kebutuhan listrik adalah dengan membangun sistem interkoneksi. Dengan sistem ini, kebutuhan listrik yang makin meningkat di suatu wilayah dapat ditanggulangi dengan membagi beban dalam beberapa wilayah dengan pembangkit tenaga listrik di wilayah lainnya, Interkoneksi dapat dilakukan dengan paralel generator yang tujuannya adalah untuk menghubungkan semua pembangkit di satu region seperti rangkaian listrik paralel generator. Dengan adanya paralel generator ini maka jika suatu daerah pembangkit tenaga listriknya trip maka pasokan listrik dapat diperoleh dari pembangkit yang lain dalam satu region yang sama.
Solusi interkoneksi ini tampak bagus, tetapi sistem ini justru menambah resiko terhadap gangguan. Gangguan pada suatu wilayah dapat mempengaruhi kondisi sistem pada wilayah lainnya.
Salah satu resiko yang dapat muncul dengan makin besar dan kompleksnya sistem tenaga listrik adalah kestabilan sistem tenaga listrik. Kestabilan adalah suatu ukuran kemampuan sistem untuk dapat

kembali ke kondisi normalnya setelah terjadi gangguan. Kestabilan menjadi salah satu isu yang penting saat ini dan para peneliti berusaha untuk mengembangkan suatu metode untuk mengukur tingkat kestabilan suatu sistem.

### 1.3. Tujuan dan Manfaat

Penulisan ini bertujuan untuk menganalisis kestabilan peralihan sistem tenaga listrik dengan menggunakan fungsi *Lyapunov*. Analisis dilakukan melalui model matematika dan simulasi. Untuk melakukan simulasi dan analisis digunakan perangkat lunak MATLAB.

### 1.4. Metode Pembahasan

Metode yang dilakukan dalam penelitian ini adalah dengan pengumpulan bahan berupa buku yang berhubungan dengan judul dari penelitian ini. Dari bahan yang didapat kemudian membuat model matematis dari fungsi kesetabilan pada sistem tenaga listrik yang akan disimulasikan dengan fungsi *Lyapunov*. Setelah didapat dari fungsi *Lyapunov* ini dibuat simulasi dengan perangkat lunak *software* yang menggunakan bahasa pemrograman *MATLAB*.

## 2. TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1. Persamaan Ayunan (*Swing Equation*)

Persamaan ayunan dalam hubungannya dengan momen sudut adalah

**(Cekdin, Cekmas, [2] : 2010)**

$$M\frac{d^2\delta_m}{dt^2} = P_m - P_e \tag{1}$$

dengan $M$ adalah momen sudut (*angular momentum*) rotor, $\delta_m$ adalah pergeseran sudut rotor dalam satuan radian terhadap sumbu yang berputar dengan kecepatan serempak, $P_m$ dan $P_e$ adalah menyatakan daya mekanik dan daya listrik dalam satuan per unit.

Persamaan (1) adalah persamaan yang lebih umum untuk menuliskan persamaan ayunan dengan parameter sudut daya listrik $\delta$. Jika $p$ adalah jumlah kutub generator serempak, maka sudut daya listrik $\delta$ dalam hubungannya dengan sudut daya mekanik $\delta_m$, maka persamaan ayunan dalam hubungan dengan sudut daya listrik adalah

$$\frac{2}{p}M\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_e \tag{2}$$

Harga $M$ adalah

$$M = \frac{2W_k}{\omega_m} \tag{3}$$

Bila $\omega_m$ tidak berubah sebelum stabilitas hilang, maka $M$ pada kecepatan serempak sebagai berikut

$$M = \frac{2W_k}{\omega_{sm}} \tag{4}$$

Subtitusi Persamaan (4) ke Persamaan (2) didapat

$$\frac{2}{p}\frac{2W_k}{\omega_{sm}S_B}\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{P_m}{S_B} - \frac{P_e}{S_B} \tag{5}$$

Sekarang mendefinisikan suatu besaran yang dikenal sebagai konstanta $H$ seperti persamaan berikut

$$H = \frac{\text{energi kinetik dalam MJ pada kecepatan serempak}}{\text{rating mesin dalam MVA}} = \frac{W_K}{S_B} \tag{6}$$

Subtitusi Persamaan (6) ke Persamaan (5) didapat

$$\frac{2}{p}\frac{2H}{\omega_{sm}}\frac{d^2\delta_m}{dt^2} = P_{m(pu)} - P_{e(pu)} \tag{7}$$

dengan $P_{m(pu)}$ dan $P_{e(pu)}$ adalah berturut turut daya mekanik dan daya listrik dalam satuan per unit. Kecepatan putar listrik berhubungan dengan kecepatan putar mekanik dengan $\omega_{sm} = \left(2/p\right).\omega_s$. Sehingga Persamaan (7) menjadi

$$\frac{2H}{\omega_s}\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_{m(pu)} - P_{e(pu)} \tag{8}$$

Persamaan diatas sering diekpresikan dalam bentuk frekuensi $f_0$, dan subskrip per unit dihilangkan sehingga daya dinyatakan dalam satua per unit dari Persamaan (8) adalah

$$\frac{H}{\pi f_0}\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_e \tag{9}$$

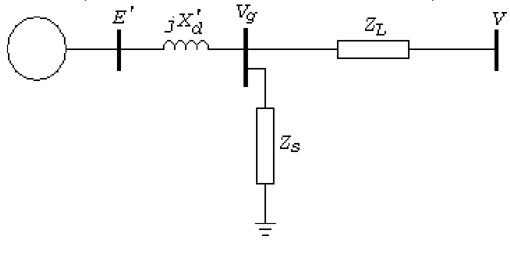
dengan $\delta$ dalam radian listrik. Jika $\delta$ dinyatakan dalam derajat listrik, akhirnya persamaan ayunan menjadi

$$\frac{H}{180.f_0}\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_e \tag{10}$$

### 2.2. Pemodelan mesin serempak untuk studi kesetabilan

Sebuah generator dihubungkan ke *infinite bus* sebagaimana dinyatakan pada Gambar 1

**(Cekdin, Cekmas, [2] : 2010)**



Gambar 1. Sebuah generator dihubungkan ke *infinite bus*

Tegangan generator adalah konstan dengan reaktansi *transient* sumbu langsung $X_d^{'}$. Representasi titik tegangan terminal generator $V_g$ dapat dieliminasi dengan mentransformasikan impedansi dari hubungan Y ke hubungan Δ, sehingga admitansi diberikan adalah

$$y_{10} = \frac{Z_L}{jX_d^{'}.Z_s + jX_d^{'}.Z_L + Z_L.Z_s}$$

$$y_{20} = \frac{jX_d^{'}}{jX_d^{'}.Z_s + jX_d^{'}.Z_L + Z_L.Z_s} \qquad (11)$$

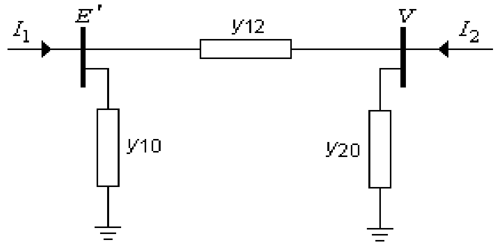
$$y_{20} = \frac{Z_s}{jX_d^{'}.Z_s + jX_d^{'}.Z_L + Z_L.Z_s}$$

Rangkaian ekivalen dengan tegangan dinyatakan oleh titik 1 dan *infinite bus* oleh titik 2 dapat diperlihatkan pada Gambar 2. Penulisan persamaan *node*/titik simpul adalah

$$I_1 = (y_{10} + y_{12})E' - y_{12}V \qquad (12)$$
$$I_2 = -y_{12}E' + (y_{20} + y_{21})V$$

Persamaan diatas dapat ditulis dalam bentuk matrik admitansi sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E' \\ V \end{bmatrix} \qquad (13)$$




Gambar 2. Rangkaian ekivalen satu mesin terhubung ke *infinite bus*

Elemen diagonal dari matrik admitansi bus adalah $Y_{11} = y_{10} + y_{12}$, dan $Y_{22} = y_{20} + y_{12}$. Elemen bukan diagonal adalah $Y_{12} = Y_{21} = -y_{12}$. Dengan menyatakan tegangan dan admitansi dalam bentuk polar, maka daya nyata pada titik 1 diberikan oleh

$$P_e = \Re\left[E'.I_1^*\right]$$

$$P_e = \Re\left[|E'|\angle\delta(|Y_{11}|\angle-\theta_{11}|E'|\angle-\delta + |Y_{12}|\angle-\theta_{12}|V|\angle 0)\right]$$

atau

$$P_e = |E'|^2|Y_{11}|\cos\theta_{11} + |E'||V||Y_{12}|\cos(\delta - \theta_{12}) \qquad (14)$$

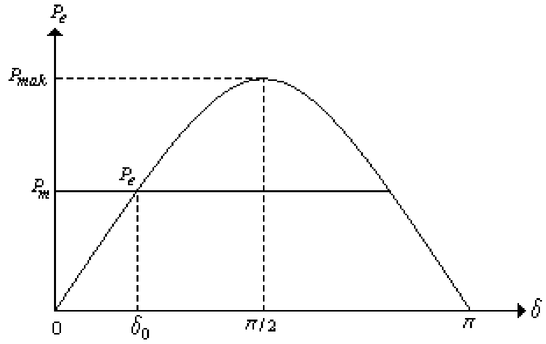
Jika harga $\Theta_{11} = \Theta_{12} = 90^o$, dan $Y_{12} = B_{12} = 1/X_{12}$, sehingga Persamaan (14) menjadi

$$P_e = |E'||V||B_{12}|\cos(\delta - 90^0)$$

atau

$$P_e = \frac{|E'||V|}{X_{12}}\sin\delta \qquad (15)$$

Dari Persamaan (15) diatas dapat dinyatakan bahwa hubungan daya yang ditransmisikan tergantung pada reaktansi $X_{12}$ dan sudut $\delta$ antara kedua tegangan. Kurva $P_e$ versus $\delta$ adalah dikenal sebagai kurva sudut daya yang dapat diperlihatkan pada Gambar 3.




Gambar 3. Kurva sudut daya

Daya maksimum dapat dipandang sebagai batas stabilitas keadaan mantap (*steady state stability limit*), terjadi pada sudut 90$^o$ yang dinyatakan dengan

$$P_e = \frac{|E'||V|}{X_{12}} \qquad (16)$$

Sehingga persamaan daya listrik dalam bentuk $P_{mak}$ adalah

$$P_e = P_{mak}\,sin\,\delta \qquad (17)$$

Jika generator tiba-tiba terhubung singkat, maka tegangan *E'* dapat dihitung dengan

$$E' = V_g + jX_d^{'}I_a \qquad (18)$$

dengan $I_a$ adalah arus generator sebelum gangguan.

**2.3. Penyelesaian numerik persamaan ayunan**

Untuk menentukan penyelesaian persamaan ayunan, dimana daya input $P_m$ diasumsikan konstan. Pada operasi *steady state* dimana $P_e = P_m$ dan sudut daya mula-mula adalah diberikan oleh **(Cekdin, Cekmas, [2] : 2010)**

$$\delta_0 = \sin^{-}\left(\frac{P_m}{P_{1mak}}\right)$$

dengan

$$P_{1mak} = \frac{|E'||V|}{X_1}$$

dan $X_1$ adalah reaktansi transfer sebelum gangguan. Rotor berputar pada kecepatan sinkron, dan kecepatan putar berubah menjadi nol, sehingga

$$\omega_0 = 0$$

Gangguan tiga fasa terjadi pada salah satu pertengahan saluran, maka persamaan sudut daya menjadi

$$P_{2mak} = \frac{|E'||V|}{X_2}$$

dengan $X_2$ adalah reaktansi transfer selama gangguan. Sehingga persamaan ayunan yang diberikan oleh Persamaan (9) adalah

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{\pi\ f_0}{H}\left(P_m - P_{2mak}\sin\delta\right) = \frac{\pi\ f_0}{H} P_a$$

Persamaan ayunan diatas ditransformasikan ke dalam bentuk variabel keadaan sebagai berikut

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega \qquad (19)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\pi\ f_0}{H} P_a \qquad (20)$$

Aplikasi ke dalam metode Runge-Kutta orde 4 dari Persamaan (19) dan (20), terlebih dahulu tentukan harga-harga $k_1$, $k_2$, $k_3$, $k_4$, $l_1$, $l_2$, $l_3$ dan $l_4$ adalah sebagai berikut

**(Lindfield, G., Penny, J, [4], 1995., Ogata, Katsuhiko, [5] : 1994)**

$$k_1 = f(\delta_i, \omega_i)\,\Delta t = \omega_i\,\Delta t \qquad (21)$$

$$l_1 = g(\delta_i, \omega_i)\,\Delta t = \frac{\pi\ f}{H}(P_m\text{-}P_e)\,\Delta t \qquad (22)$$

$$k_2 = f\left(\delta_i + \frac{1}{2}k_1, \omega_i + \frac{1}{2}l_1\right)\Delta t = \left(\omega_i + \frac{1}{2}l_1\right)\Delta t \qquad (23)$$

$$l_2 = g\left(\delta_i + \frac{1}{2}k_1, \omega_i + \frac{1}{2}l_1\right)\Delta t = \frac{\pi\ f}{H}\left(P_m - P_e\sin\left(\delta_i + \frac{1}{2}k_1\right)\right)\Delta t \qquad (24)$$

$$k_3 = f\left(\delta_i + \frac{1}{2}k_2, \omega_i + \frac{1}{2}l_2\right)\Delta t = \left(\omega_i + \frac{1}{2}l_2\right)\Delta t \qquad (25)$$

$$l_3 = g\left(\delta_i + \frac{1}{2}k_2, \omega_i + \frac{1}{2}l_2\right)\Delta t = \frac{\pi\ f}{H}\left(P_m - P_e\sin\left(\delta_i + \frac{1}{2}k_2\right)\right)\Delta t \qquad (26)$$

$$k_4 = f(\delta_i + k_3, \omega_i + l_3)\,\Delta t = (\omega_i + l_3)\,\Delta t \qquad (27)$$

$$l_4 = g(\delta_i + k_3, \omega_i + l_3)\,\Delta t = \frac{\pi\ f}{H}\left(P_m - P_e\sin(\delta_i + k_3)\right)\Delta t \qquad (28)$$

Selanjutnya harga $\delta$ dan $\omega$ dapat ditentukan dengan cara menggunakan persamaan seperti berikut

$$\delta_{i+1} = \delta_i + \frac{1}{6}\left(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4\right) \qquad (29)$$

$$\omega_{i+1} = \omega_i + \frac{1}{6}\left(l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4\right) \qquad (30)$$

### 2.4. Estimasi kesetabilan dengan fungsi Lyapunov

Pembuatan fungsi Lyapunov untuk sistem tenaga listrik menjelaskan bagaimana menggunakan fungsi Lyapunov ini untuk menentukan kestabilan sistem dan menentukan waktu pemutusan kritis (*critical clearing time* $t_{cr}$).

#### 2.4.1. Pembuatan fungsi Lyapunov dengan algoritma energi metrik

Prosedur untuk mendapatkan fungsi Lyapunov dengan algoritma energi metrik adalah sebagai berikut :

1. Modelkan sistem dalam bentuk persamaan diferensial orde satu
2. Bentuk suatu himpunan persamaan tunggal dari dua persamaan diferensial dengan menghilangkan *dt.*
3. Satukan persamaan tunggal yang didapatkan dalam langkah kedua dalam satu persamaan dengan cara penambahan atau pengurangan
4. Lakukan integrasi garis untuk persamaan yang didapat pada langkah 3 untuk mendapatkan fungsi Lyapunov.

Algoritma energi metrik ini akan diaplikasikan untuk mendapatkan fungsi Lyapunov bagi persamaan sistem tenaga listrik yang terhubung dengan bus tak hingga. Langkah-langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut :

**1. Buat persamaan sistem tenaga listrik setelah terjadinya gangguan.**
**(Andersson, G□ran, [1] : 2003)**

$$\frac{H}{180 f}\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - \frac{E'V}{X_{12-setelah\ gangguan}}\sin\delta \qquad (31)$$

dengan $X_{12\text{-}setelah\ ganggauan}$ adalah reaktansi setelah gangguan yang dihilangkan, dalam persamaan ini $P_m$, $E'$, $V$, diasumsikan konstan.

**2. Buat persamaan diferensial orde satu**

Untuk membuat persamaan diferensial orde satu, maka variabel keadaan perlu didefinisikan sebeleumnya. Variabel keadaan yang dipakai adalah

**(Andersson, G□ran, [1] : 2003., Kundur, Prabha, [3] : 1993)**

$$x_1 = \delta - \delta_0 \text{ dan } x_2 = \frac{d\delta}{dt}$$

Dari variabel keadaan ini didapatkan persamaan diferensial orde satu sebagai berikut :

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{180 f}{H}\frac{E^{'}V}{X_{12-past}}\left[\sin\left(x_1+\delta_0\right)-\sin\left(\delta_0\right)\right]$$
(32)

Dengan $P_m = \dfrac{E^{'}V}{X_{12-setelah\ gangguan}}\sin\delta_0$

$\delta_0$ = Titik kestabilan sistem

3. **Lakukan langkah-langkah dalam algoritma energi metrik**
   Dengan menggunakan algoritama energi metrik maka didapatkan fungsi Lyapunov sebagai berikut :

**(Andersson, G□ran, [1] : 2003., Kundur, Prabha, [3] : 1993)**

$$V(x) = \frac{1}{2}\frac{H}{180 f}x_2^2 + \frac{E^{'}V}{X_{12-past}}\left[\cos\delta_0 - \cos(x_1+\delta_0) - x_1\sin\delta_0\right]$$
(33)

**2.4.2. Penentuan daerah keesetabilan**

Proses terpenting dalam aplikasi fungsi Lyapunov untuk menganalisis kestabilan sistem tenaga listrik adalah penentuan daerah kestabilan. Daerah kestabilan adalah daerah tempat kedudukan variabel keadaan yang menjaga sistem dalam kondisi stabil. Daerah kestabilan dengan menggunakan fungsi Lyapunov dinyatakan yaitu :

$$V(x) \le V_{cr} \qquad (34)$$

Persamaan ini menyatakan bahwa suatu titik dalam ruang keadaan dinyatakan stabil apabila harga fungsi Lyapunovnya lebih kecil atau sama dengan suatu harga yang dinotasikan dengan $V_{cr}$ yang disebut harga kritis fungsi Lyapunov.

Untuk menentukan harga kritis fungsi Lyapunov maka harus dicari harga kritis dari variabel keadaan yaitu pada $x_2 = 0$ dan $x_1 = \pi - 2\delta_0$. Metode penentuan seperti disebut metode UEP (*Unstable Equilibreum Point*). Dengan memasukkan harga variabel keadaan ini ke fungsi Lyapunov pada Persamaan (32) maka didapatkan harga kritis fungsi Lyapunov $V_{cr}$.

**2.4.3. Proses penentuan kesetabilan sistem dan perhitungan waktu pemutusan kritis**

Setelah mendapatkan harga kritis fungsi Lyapunov, proses berikutnya adalah penentuan titik-titik yang berada pada daerah kestabilan. Penentuan titik uji kestabilan titik-titik pada daerah kestabilan dilakukan dengan menguji titik-titik kondisi sistem pada keadaan gangguan. Ini dilakukan dengan mensimulasikan persamaan sistem ketika terjadi gangguan. Persamaannya adalah sebagai berikut :

**(Andersson, G□ran, [1] : 2003)**

$$\dot{x}_1 = x_2$$
$$\dot{x}_2 = -\frac{180 f}{H}\frac{E^{'}V}{X_{12-selama\ gangguan}}\left[\sin\left(x_1+\delta_0\right)-\sin\left(\delta_0\right)\right]$$
(35)

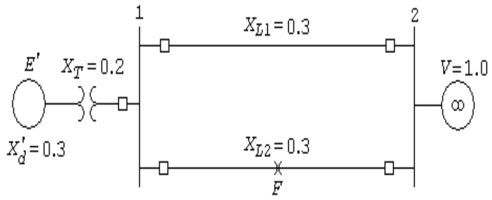
Dari persamaan ini didapatkan harga-harga $x_1$ dan $x_2$. Harga-harga ini kemudian dimasukkan ke dalam fungsi Lyapunov pada Persamaan (33).

Dengan membandingkan harga fungsi yapunov dan harga kritis fungsi Lyapunov dan mengikuti Persamaan (34), maka dapat ditentukan titik-titik yang masuk dalam daerah kestabilan. Setelah titik perbatasan di daerah kestabilan dapat ditentukan, maka waktu pemutusan kritis dapat ditentukan berikutnya. Secara umum diagram alur proses penentuan waktu pemutusan kritis dengan menggunakan fungsi Lyapunov dapat digambarkan sebagai berikut.

## 3. APLIKASI SIMULASI

Sebuah generator serempak mempunyai konstanta kelembaman $H$ = 5 MJ/MVA dan reaktansi *transient* sumbu langsung $X_d^{'}$ = 0,3 per unit, dihubungkan ke *infinite bus* melalui rangkaian reaktif murni seperti ditunjukkan pada Gambar 4. Generator mangalirkan daya nyata $P_e$ = 0,8 per unit dan daya reaktif $Q$ = 0,074 per unit. Tegangan pada *infinite bus* $V$ = 1 per unit.

Gangguan tiga fasa terjadi pada salah satu pertengahan saluran, gangguan berakhir dan saluran terganggu diisolir.




Gambar 4. Diagram satu garis untuk simulasi

Arus yang mengalir ke *infinite bus* adalah

$$I = \frac{S^*}{V^*} = \frac{P_e - jQ}{V^*} = \frac{0.8 - j0.074}{1.0\angle 0^o} = 0.8 - j0.074 \text{ per unit}$$

Rekatansi transfer antara tegangan internal dan *infinite bus* sebelum gangguan adalah

$$X_{sebelum\text{-}gangguan} = X_d^{'} + X_T + \frac{X_{L1}}{2} = 0.3 + 0.2 + \frac{0.3}{2} = 0.65 \text{ per unit}$$

Tegangan internal *transient* adalah

$E' = V + jX_1I = 1.0 + (j0.65)(0.8 - j0.074)$

$= 1.17 \angle 26.387^{o}$ per unit

Karena kedua saluran utuh pada saat gangguan berakhir, persamaan sudut daya sebelum dan sesudah gangguan adalah

$$P_{mak} \sin\delta = \frac{|E'||V|}{X_{sebelum-gangguan}} \sin\delta = \frac{(1.17)(1.0)}{0.65} \sin\delta = 1.8 \sin\delta$$

Sudut kerja awal dinyatakan

$1.8 \sin \delta_0 = 0.8$

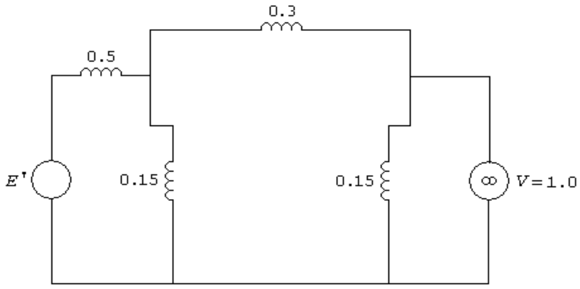
atau

$\delta_0 = 26.387^{o} = 0.46055$ rad

Kurva sudut daya sebelum terjadi gangguan dinyatakan oleh

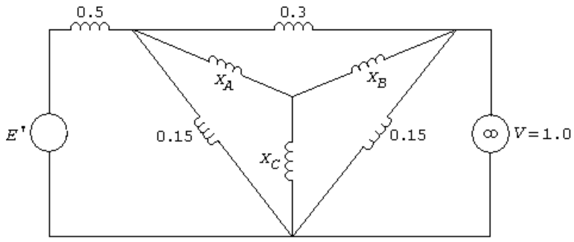
$P_1 = 1.8 \sin \delta$

Untuk persamaan sudut daya selama dan setelah terjadi gangguan harus ditentukan terlebih dahulu reaktansi transfer dari masing-masing gangguan tersebut. Gambar rangkaian selama terjadi gangguan pada titik $F$ ditengah saluran dapat dilihat pada Gambar 5 dibawah ini




Gambar 5. Representasi selama terjadi pada titik $F$ ditengah saluran

Transformasi Δ ke Y dari Gambar 5 diatas menjadi Gambar 6 dibawah ini




Gambar 6. Transformasi Δ ke Y dari Gambar 5

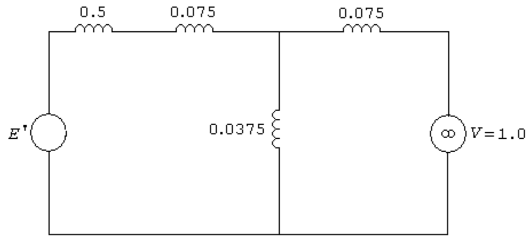
Dari Gambar 6 diatas harga-harga reaktansi $X_A$, $X_B$ dan $X_C$ adalah sebagai berikut

$$X_A = \frac{(0.3)(0.15)}{(0.3+0.15+0.15)} = 0.075 \text{ per unit}$$

$$X_B = \frac{(0.3)(0.15)}{(0.3+0.15+0.15)} = 0.075 \text{ per unit}$$

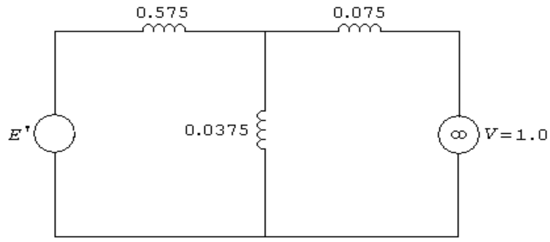
$$X_C = \frac{(0.15)(0.15)}{(0.3+0.15+0.15)} = 0.0375 \text{ per unit}$$

Rangakaian ekivalen untuk menentukan reaktansi $X$ selama terjadinya gangguan seperti Gambar 7 dibawah ini



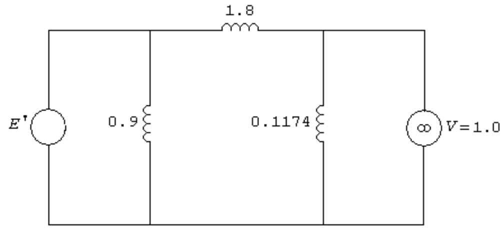

Gambar 7. Rangakaian pengganti dari Gambar 6

Penyederhanaan dari Gambar 7 diatas seperti Gambar 8 dibawah ini




Gambar 8. Penyederhanaan dari Gambar 7

Transformasikan Y ke Δ dari Gambar 8 diatas, dimana hasilnya seperti pada Gambar 9 dibawah ini

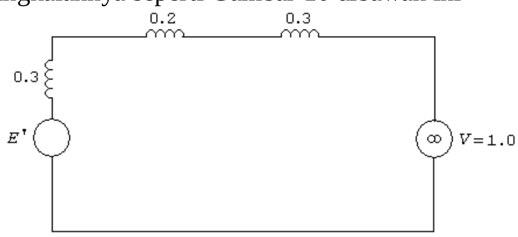



Gambar 9. Transformasi Y ke Δ dari Gambar 8

Dari Gambar 17 diatas didapatkan reaktansi selama terjadinya adalah sebagai berikut

$$X_{selama-gangguan} = \frac{(0.575)(0.075)+(0.575)(0.0375)+(0.075)(0.0375)}{0.0375} = 1.8 \text{ per unit}$$

Selanjutnya menentukan reaktansi transfer setelah terjadi gangguan. Untuk menentukan reaktansi transfer setelah terjadi gangguan, dimana tempat terjadinya gangguan dilepas dan gambar rangkaiannya seperti Gambar 10 dibawah ini




Gambar 10. Rangakaian ekivalen menentukan reaktansi X setelah terjadinya gangguan

Reaktansi setelah terjadinya gangguan dari Gambar 10 diatas adalah sebagai berikut

$X_{setelah\text{-}gangguan} = 0.3 + 0.2 + 0.3 = 0.8$ per unit

Dengan didapatkannya harga reaktansi $X$ untuk sebelum, selama dan setelah terjadinya gangguan, maka harga $r_1$ dan $r_2$ dapat dicari sebagai berikut

$$r_1 = \frac{0.65}{1.8} = 0.361$$

$$r_2 = \frac{0.65}{0.8} = 0.813$$

Setelah hatga $r_1$ dan $r_2$ didapatkan, maka didapatkan pula persamaan kurva sudut daya selama dan setelah terjadi gangguan adalah sebagai berikut

Selama gangguan : $r_1\, P_{mak} \sin \delta = 0.361 \times 1.8 \sin = 0.65 \sin \delta$

Setelah gangguan : $r_2\, P_{mak} \sin \delta = 0.813 \times 1.8 \sin \delta = 1.4625 \sin \delta$

- **Pembuatan Fungsi Lyapunov**

Fungsi Lyapunov diimplementasikan untuk sistem setelah gangguan. Untuk membuat fungsi Lyapunov, sistem setelah gangguan terlebih dahulu dikonversikan menjadi persamaan diferensial orde satu. Persamaan diferensial orde satu yang didapat adalah sebagai berikut

$$\dot{\delta} = \omega$$

$$\dot{\omega} = \frac{\pi}{H} . fo . Pa$$

Fungsi Lyapunov

$$V_L = \frac{1}{2}\left(\delta^2 + \omega^2\right)$$

- **Penentuan Batas Kestabilan $V_{cr}$**

Setelah fungsi Lyapunov diketahui maka langkah berikutnya adalah menentukan batas daerah kestabilan yang dinyatakan dengan $V_{cr}$. Harga $V_{cr}$ didapat pada saat $V_x = V_{cr}$, dengan mensubstitusi *delta*, *omega* dengan rumusan $V_x$ diatas akan diperoleh :

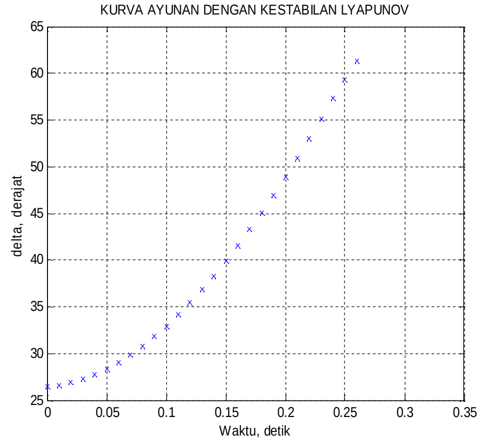
$$V_{cr} = \frac{\pi^2\, fo^2}{H^2}\left(P_m - \frac{E^{'} V}{\delta}\right)^2$$

Dengan memasukan beberapa harga besaran Lyapunov di atas pada persamaan Lyapunov dan menjalankannya dengan bantuan program MATLAB, maka susunan program seperti pada *LAMPIRAN*. Hasil dari program tersebut seperti dibawah ini

```
==========================================
===============
==        HARGA  KESETABILAN  LYAPUNOV  UNTUK
DELTA,OMEGA     ==
==              PENYELESAIAN SECARA NUMERIK
==
==            DENGAN METODE RUNGE KUTTA ORDE
KE 4          ==
==========================================
===============
==  WAKTU  !   delta   !  omega  !   VL   !
VL <= Vcr  ==
== (detik) ! (derajat) !(rad/det)!(Satuan)!
(Kondisi)  ==
==========================================
===============
                   Waktu (detik) = 0.26
==========================================
===============
!   0.00   !   26.44   !   0.00  !   6.08 !
Stabil    !
!   0.01   !   26.61   !   0.19  !   6.10 !
Stabil    !
!   0.02   !   26.88   !   0.38  !   6.18 !
Stabil    !
!   0.03   !   27.27   !   0.58  !   6.31 !
Stabil    !
!   0.04   !   27.76   !   0.77  !   6.49 !
Stabil    !
!   0.05   !   28.36   !   0.95  !   6.73 !
Stabil    !
!   0.06   !   29.07   !   1.14  !   7.03 !
Stabil    !
!   0.07   !   29.88   !   1.32  !   7.39 !
Stabil    !
!   0.08   !   30.79   !   1.51  !   7.81 !
Stabil    !
!   0.09   !   31.81   !   1.68  !   8.30 !
Stabil    !
!   0.10   !   32.92   !   1.86  !   8.86 !
Stabil    !
!   0.11   !   34.13   !   2.03  !   9.49 !
Stabil    !
!   0.12   !   35.44   !   2.19  !  10.21 !
Stabil    !
!   0.13   !   36.83   !   2.36  !  11.01 !
Stabil    !
!   0.14   !   38.32   !   2.51  !  11.89 !
Stabil    !
!   0.15   !   39.89   !   2.67  !  12.87 !
Stabil    !
!   0.16   !   41.54   !   2.81  !  13.95 !
Stabil    !
!   0.17   !   43.27   !   2.95  !  15.13 !
Stabil    !
!   0.18   !   45.08   !   3.09  !  16.42 !
Stabil    !
!   0.19   !   46.96   !   3.22  !  17.82 !
Stabil    !
!   0.20   !   48.91   !   3.35  !  19.34 !
Stabil    !
!   0.21   !   50.93   !   3.47  !  20.98 !
Stabil    !
!   0.22   !   53.02   !   3.58  !  22.75 !
Stabil    !
!   0.23   !   55.16   !   3.69  !  24.65 !
Stabil    !
!   0.24   !   57.29   !   3.79  !  26.68 !
Tidak Stabil !
!   0.25   !   59.33   !   3.64  !  28.76 !
Tidak Stabil !
```

```
!   0.26   !   61.26   !   3.47  !  30.82 !
Tidak Stabil !
===========================================
===============
```

Dan gambarnya seperti Gambar 11 dibawah ini




Gambar 11. Kurva dengan kesetabilan Lyapunov

## 4. KESIMPULAN

Dari pembahasan dalam tulis ini, maka dapat disimpulkan sebagai berikut :

1. Fungsi Lyapunov diimplementasikan untuk sistem setelah gangguan adalah
$$V_L = \frac{1}{2}\left(\delta^2 + \omega^2\right)$$
2. Studi terhadap mesin tunggal didapatkan bahwa harga kritis fungsi Lyapunov
$$V_{cr} = \frac{\pi^2 fo^2}{H^2}\left(P_m - \frac{E' V}{\delta}\right)^2$$
3. Hasil simulasi metode Lyapunov didapat bahwa sistem masih terlihat stabil pada $t$ = 0,23 detik, dengan harga *delta* = 55,16$^o$.

## DAFTAR PUSTAKA


[1]. Andersson, G□ran., ***Modelling and Analysis of Electric Power Systems***, ETH Z□rich, 2003

[2]. Cekdin, Cekmas., ***Sistem Tenaga Listrik, Contoh Soal dan Penyelesaiannya Menggunakan Matlab***, Andi Offset, Edisi II, Yogyakarta, 2010

[3]. Kundur, Prabha, ***Power System Stability and Control***, McGraw-Hill, Inc, 1993.

[4]. Lindfield, G., Penny, J., ***Numerical Methods Using MATLAB***, Ellis Horwood, 1995

[5]. Ogata, Katsuhiko., ***Solving Control Engineering Problems with MATLAB***, Prentice-Hall International, Inc., 1994


## *LAMPIRAN*

*Listing program*

```
%
======================================
====================
% == MENENTUKAN KURVA KESETABILAN
DENGAN METODE LYAPUNOV   ==
% ==          MELALUI PENYELESAIAN
SECARA NUMERIK         ==
%
======================================
====================
format short g
delta_t = 0.01;
% Data pada sistem :
H = 5;
fo = 60;
Xd = 0.3;
XT = 0.2;
XL1 = 0.3;
XL2 = 0.3;
S = 0.8 + j*0.074;
Pm = real(S);
V = 1 + j*0;
% Arus yang mengalir ke infinite bus :
I = conj(S)/conj(V);
% Reaktansi transfer antara tegangan
terminal dan infinite bus sebelum
gangguan :
DELTA = Xd + XT + ((XL1*XL2)/(XL1 +
XL2));
% Reaktansi transfer antara tegangan
terminal dan infinite bus selama
gangguan :
OMEGA = 1.8;
% Reaktansi transfer antara tegangan
terminal dan infinite bus setelah
gangguan :
X3 = 0.8;
% Harga r1 dan r2 :
r1 = DELTA/OMEGA;
r2 = DELTA/X3;
% Tegangan internal transient :
e = V + j*DELTA*I;
E = abs(e);
% Kondisi awal :
Pe_mak = E*V/DELTA;
delta = 180/pi*asin(Pm/(Pe_mak));
omega = 0;
VL = (1/2)*(delta^2+omega^2)*pi/180;
Vcr = (((pi^2)*(fo^2))/(H^2))*(Pm-
(E*V/DELTA))^2*pi/180;
disp('
')
disp('================================
==========================')
```

```
disp('==     HARGA KESETABILAN
LYAPUNOV UNTUK DELTA,OMEGA     ==')
disp('==               PENYELESAIAN
SECARA NUMERIK               ==')
disp('==           DENGAN METODE RUNGE
KUTTA ORDE KE 4           ==')
disp('================================
==========================')
disp('==  WAKTU  !   delta   !  omega
!   VL   !  VL <= Vcr  ==')
disp('== (detik) ! (derajat)
!(rad/det)!(Satuan)!  (Kondisi)  ==')
disp('================================
==========================')
tp = input('                    Waktu
(detik) =');
disp('================================
==========================')
for t = 0 : 0.01 : tp
    if VL <= Vcr
        % Harga delta (delta) dan
omega (omega) selama gangguan :
        K1 = omega*delta_t;
        L1 = ((pi*fo/H)*(Pm-
r1*Pe_mak*sin(delta*pi/180)))*delta_t;
        K2 = (omega + 0.5*L1)*delta_t;
        L2 = ((pi*fo/H)*(Pm-
r1*Pe_mak*sin((delta+(0.5*K1*180/pi))*
pi/180)))*delta_t;
        K3 = (omega + 0.5*L2)*delta_t;
        L3 = ((pi*fo/H)*(Pm-
r1*Pe_mak*sin((delta+(K2*180/pi))*pi/1
80)))*delta_t;
        K4 = (omega + L3)*delta_t;
        L4 = ((pi*fo/H)*(Pm-
r1*Pe_mak*sin((delta+(K3*180/pi))*pi/1
80)))*delta_t;
        delta = delta +
((1/6)*((K1+2*K2+2*K3+K4)*180/pi));
        fprintf('!%7.2f   !%8.2f
!%7.2f  !%7.2f
!%!\n',t,delta,omega,VL)
        disp('    Stabil    !');
        plot(t,delta,'x')
        grid on
        title('KURVA AYUNAN DENGAN
KESTABILAN LYAPUNOV')
        xlabel('Waktu, detik')
        ylabel('delta, derajat')
        hold on
        omega = omega +
((1/6)*(L1+2*L2+2*L3+L4));
        VL =
(1/2)*(delta^2+omega^2)*pi/180;
     elseif VL > Vcr
        % Harga delta (delta) dan
omega (omega) setelah gangguan :
        K1 = omega*delta_t;
        L1 = ((pi*fo/H)*(Pm-
r2*Pe_mak*sin(delta*pi/180)))*delta_t;
        K2 = (omega + 0.5*L1)*delta_t;
        L2 = ((pi*fo/H)*(Pm-
r2*Pe_mak*sin((delta+(0.5*K1*180/pi))*
pi/180)))*delta_t;
        K3 = (omega + 0.5*L2)*delta_t;
        L3 = ((pi*fo/H)*(Pm-
r2*Pe_mak*sin((delta+(K2*180/pi))*pi/1
80)))*delta_t;
        K4 = (omega + L3)*delta_t;
        L4 = ((pi*fo/H)*(Pm-
r2*Pe_mak*sin((delta+(K3*180/pi))*pi/1
80)))*delta_t;
        delta = delta +
((1/6)*((K1+2*K2+2*K3+K4)*180/pi));
        fprintf('!%7.2f   !%8.2f
!%7.2f  !%7.2f
!%!\n',t,delta,omega,VL)
        disp(' Tidak Stabil !');
        plot(t,delta,'x')
        omega = omega +
((1/6)*(L1+2*L2+2*L3+L4));
    end
end
disp('================================
==========================')
```